

**Контрольная работа № 1 по математике**  
(направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое направление»,  
профиль подготовки «Технология»)

**Темы:** пределы, дифференциальное исчисление,  
линейная алгебра, аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

**Задание 1.** Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

Варианты:

- |   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ ;  | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 3x})$ ;              | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$ ;              | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}$    |
| 2. а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x-7)^2}$ ;         | б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$ ;             | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}$ ;                                | г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x+2}{5x-3} \right)^{3x+1}$       |
| 3. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}$ ;  | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sqrt{7x^2 + 1} - 1}$ ;         | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin 3x}$ ;                              | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x}$    |
| 4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 2x + 1}$ ;    | б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ ;            | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 2x}{x^2}$ ;                | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x-1} \right)^{5x+7}$  |
| 5. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}$ ;       | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ ;            | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin 3x}$ ;                               | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+1} \right)^{8x+2}$    |
| 6. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}$ ;       | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x+1}$ ;         | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x}$ ;                 | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{8x+1}{8x-1} \right)^{7x}$    |
| 7. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$ ;    | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ ;       | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2 \operatorname{tg} 3x}$ ;             | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+2}{3x+1} \right)^{6x-4}$  |
| 8. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ ;         | б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ ;    | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$ ; | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{10x+3}{10x+2} \right)^{x-1}$ |
| 9. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + 1}$ ;         | б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ;               | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 6x}$ ;              | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7x-9}{7x-2} \right)^{9x}$    |
| 10. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 4x + 3}$ ; | б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{\sqrt{3x+4} - 2}$ ; | в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}$ ;                              | г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+2}{4x-1} \right)^{10x+3}$ |

**Задание 2.** Найти производные функций.

Варианты:

- |   |   |
|---|---|
| 1. а) $y = x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + e^{5x}$ ; | б) $y = e^{x - \arcsin x}$                |
| 2. а) $y = \ln \frac{x^2}{x+1} + 3x^3 \sqrt{x}$ ;         | б) $y = 2^{\operatorname{arctg} x - x^2}$ |
| 3. а) $y = x^2 + x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ ;            | б) $y = 2^{5 + \frac{1}{x}}$              |
| 4. а) $y = \ln \frac{(x-1)^2}{x+2} + 3\sqrt[3]{x^2}$ ;    | б) $y = 2^{\frac{4}{\sin x}}$             |
| 5. а) $y = \ln \frac{x^2}{x-1} + 4x^4 \sqrt{x}$ ;         | б) $y = (e^{\sin x} + 3x)^3$              |
| 6. а) $y = x^3 (3 \ln x - 1) - \frac{x+1}{e}$ ;           | б) $y = (5^{\operatorname{tg} 2x} + 3)^4$ |
| 7. а) $y = \ln \frac{(x+1)^2}{x+3} + 3x^3 \sqrt{x}$ ;     | б) $y = 5^{\arcsin x^2}$                  |

$$8. \text{ а) } y = e^{5x}(5x-1) - \frac{2\ln x + 1}{7}; \quad \text{б) } y = 4^{\operatorname{arctg} \frac{3}{x}}$$

$$9. \text{ а) } y = \ln \frac{(x+1)^2}{x-2} - \sqrt{4-x^2}; \quad \text{б) } y = 2^{\sin^3 \frac{1}{x}}$$

$$10. \text{ а) } y = \ln x - 1 + (e^{3x} - 7x^9)(3x-1); \quad \text{б) } y = 3^{\cos^2 4x}$$

**Задание 3.** Найти пределы из задания 3 (пункты а) и в) ) по правилу Лопиталья.

**Задание 4.** Найти промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции  $y = f(x)$ , промежутки выпуклости и вогнутости, точки перегиба графика данной функции.

Варианты:

$$1. y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x - 7$$

$$2. y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 1$$

$$3. y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 21x - 6$$

$$4. y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + x - 1$$

$$5. y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x - 7$$

$$6. y = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 7x - \sqrt{2}$$

$$7. y = x^3 - x^2 - 5x - 8$$

$$8. y = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 3x - 9$$

$$9. y = \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - x + \pi$$

$$10. y = x^3 - 4x^2 + 5x - \frac{1}{2}$$

**Задание 5.** Исследовать на экстремум функцию двух переменных  $z = f(x; y)$ .

Варианты:

$$1. z = xy - x^2 - y^2 + 8$$

$$2. z = 2xy - 4x^2 - 5y^2 + 38x$$

$$3. z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 17$$

$$4. z = xy + x^2 - y - 2x + y^2 - 3$$

$$5. z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$$

$$6. z = 4 - 3x^2 - y^2 + 6x - 6y$$

$$7. z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 3y - 2$$

$$8. z = x^2 + xy + y^2 + 4x - y + 5$$

$$9. z = 6xy - 4x^2 - 3y^2 + 3$$

$$10. z = -xy + x^2 + y + x + y^2 - 1$$

**Задание 6.** Вычислить определитель:

1) по правилу треугольников;

2) разложив по общему правилу (по строке \ столбцу).

Варианты:

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 7 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix}, \text{ по 3-му столбцу}$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \\ -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 1-й строке}$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 8 \\ -5 & 0 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 2-му столбцу}$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 1 & -9 & 0 \\ -2 & 5 & 2 \end{vmatrix}, \text{ по 2-й строке}$$

$$5. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ по 1-му столбцу}$$

$$6. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 9 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -5 \end{vmatrix}, \text{ по 3-й строке}$$

$$7. \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -9 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & -4 \end{vmatrix}, \text{ по 3-му столбцу}$$

$$8. \Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 1-й строке}$$

$$9. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \\ 1 & 7 & -1 \end{vmatrix}, \text{ по 2-му столбцу}$$

$$10. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \\ 3 & 7 & 6 \end{vmatrix}, \text{ по 2-й строке}$$

**Задание 7.** Решить систему линейных алгебраических уравнений:

1) методом Гаусса;

1) методом Крамера;

2) матричным методом.

Варианты:

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 18, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -6, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 1. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 11x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -4. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

**Задание 8.** Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ . Найти:

- 1) длину стороны  $AB$ ;
- 2) уравнение сторон  $AB$  и  $AC$  и их угловые коэффициенты;
- 3) внутренний угол  $B$  ( $\operatorname{tg}\angle B$  через угловые коэффициенты прямых);
- 4) уравнение медианы  $AE$ ;
- 5) уравнение и длину высоты  $CD$ ;
- 6) угол между прямыми  $AE$  и  $CD$  (через  $\cos\angle(AE, CD)$ );
- 7) уравнение прямой, проходящей через точку  $E$  параллельно стороне  $AB$ .

Варианты:

1.  $A(3;2), B(6;6), C(8;3)$
2.  $A(-2;1), B(1;5), C(2;3)$
3.  $A(4;-3), B(7;1), C(8;-1)$
4.  $A(-2;2), B(1;6), C(2;4)$
5.  $A(5;0), B(8;4), C(9;2)$
6.  $A(2;3), B(5;7), C(6;5)$
7.  $A(4;2), B(0;7), C(-2;-3)$
8.  $A(4;10), B(6;2), C(-2;4)$
9.  $A(6;5), B(1;2), C(10;-1)$
10.  $A(-2;3), B(5;-8), C(3;5)$

**Задание 9.** Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ . Найти:

- 1) площадь грани  $ABC$ ;
- 2) объём и высоту  $DH$  пирамиды, опущенной на грань  $ABC$ ;
- 3) уравнение плоскости  $BCD$ ;
- 4) уравнение высоты  $AS$  пирамиды, опущенной на грань  $BCD$ .

Варианты:

1.  $A(0;2;1), B(-2;5;1), C(-2;2;7), D(0;5;9)$
2.  $A(1;1;1), B(-1;4;1), C(-1;1;7), D(1;4;9)$
3.  $A(1;2;0), B(-1;5;0), C(-1;2;6), D(1;5;8)$
4.  $A(0;1;0), B(-2;4;0), C(-2;1;6), D(0;4;8)$
5.  $A(0;1;1), B(-2;4;1), C(-2;1;7), D(0;4;9)$
6.  $A(4;4;10), B(4;10;2), C(2;8;4), D(9;6;4)$
7.  $A(4;2;5), B(0;7;2), C(0;2;7), D(1;5;8)$
8.  $A(4;4;10), B(4;10;2), C(2;8;4), D(1;5;4)$
9.  $A(4;6;5), B(6;9;4), C(2;10;10), D(7;5;9)$
10.  $A(3;5;4), B(8;7;4), C(5;10;4), D(4;7;8)$