

Контрольная работа № 1 по математике

(направление подготовки 29.03.01 «Технология изделий лёгкой промышленности»,
профиль подготовки «Технология швейных изделий»)

Темы: пределы, дифференциальное исчисление, линейная алгебра

Задание 1. Найти указанные пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

Варианты:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{2x^2+1}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-x}{x^3+x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2+2x-1}{3x-1}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{121+x^2}-11}{5x^3}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{9 \sin 7x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+1} \right)^{2x+3}$
2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2+1}{\sin x}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+2}{x^2-3x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-5x+6}$, г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{3+x}-2}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 11x}{2x^3}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+6}{2x+1} \right)^{7x+1}$
3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x+2}{\cos 2x}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3}{x-5}$, в) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^2-5}{x^4-25}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{4-\sqrt{x+16}}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin 3x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{3x+2} \right)^{x+2}$
4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+\frac{1}{x}}{\ln x+2}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6+2}{x-x^6}$, в) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+3x-10}{x+5}$, г) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{6+x}-2}{x+2}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+10}{4x-1} \right)^{x+3}$
5. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{x^2+2}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+6x}{1-x}$, в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+2x+1}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5-\sqrt{25-x^2}}{x^3}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{2x^3}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{9x-1}$
6. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{3x^2+\sqrt{x}+1}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3+2}{x^3+x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-6x+8}$, г) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-5}-2}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\arcsin 3x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+4}{5x-6} \right)^{x-3}$
7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x+3}{5x+x^{10}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2+7}{x^4+2x}$, в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+x-2}{x+1}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{36+x}-6}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 10x}{x^4}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x+1} \right)^{6x+2}$
8. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x+\sqrt{x+3}}{3x+5}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8+2}{x^3+x-1}$, в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{x-5}$, г) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x^2+x}-2}{x+1}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-3}{5x+8} \right)^{3x-9}$

$$9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^6 + \sqrt{2x} + 1}{\cos 3x}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^8 + x}{1 - 2x^6}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{81 + x + x^2} - 9}{x},$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 1}{6x + 4} \right)^{x-7}$$

$$10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + x}{3x + 2}, \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2}{10 - x^5}, \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 4}, \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 3},$$

$$\text{ д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}, \text{ е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 5}{2x - 3} \right)^{3x+5}$$

Задание 2. Найти производную y' сложной функции $y = f(x)$.

Варианты:

$$1. y = \frac{x^5 + 3}{x^3 - 1} + \cos(2 - 5e^{7x})$$

$$2. y = \frac{\log_9(x^5 - 4)}{e^{3x}} + \sqrt{x^{11} - x + 4}$$

$$3. y = 3(x^3 - \sqrt[5]{x}) \cdot \arcsin 8x + \ln(x^2 + 2e^{\sqrt{x}} - 1)$$

$$4. y = (3x^2 + 5x) \cdot \cos(7x) + \sqrt[7]{x} - \sin(x - 8)$$

$$5. y = \frac{9 - x^4}{x^8 - 2\sqrt{x} - 5} - 7^{9x} + 2$$

$$6. y = \ln(\sin 2x) \cdot \arccos(8^x) + \frac{1}{x} - x^2 + e$$

$$7. y = 9^{x^3} \cdot \sin\left(\frac{1}{x} + 1\right) - \ln(\arccos 2x)$$

$$8. y = 6^{\arccos 8x} + \frac{3x^3 + \operatorname{ctg} x}{1 + 7x}$$

$$9. y = e^{4x^2} + \frac{x^8 - 2x + 1}{3 - x} + \operatorname{arctg} 4x$$

$$10. y = e^{3x+2} \cdot \sqrt{x + x^4} - 2 \log_6(-x + 1)$$

Задание 3. Найти производную y'_x параметрически заданной функции $x = x(t)$, $y = y(t)$.

Варианты:

$$1. x = 2 \operatorname{tg} t, \quad y = \sin^3 t + \cos t$$

$$2. x = 2 \cos^2 t + t, \quad y = \sin 2t + 9$$

$$3. x = 2t - \frac{1}{t^3}, \quad y = t^4 - \sqrt{t}$$

$$4. x = \frac{2t}{5} - 3t^3, \quad y = \operatorname{ctg} t - 3t$$

$$5. x = e^{4t} + \cos t, \quad y = e^t + \sin t$$

$$6. x = t^4 - 2t, \quad y = 5\sqrt{t} - t^3$$

$$7. x = t^7 - \frac{1}{t}, \quad y = t^2 + \sqrt{t^3}$$

$$8. x = \frac{t - t^3}{\sqrt{t}}, \quad y = t + 10$$

$$9. x = \sin^3 2t - t^4, \quad y = 2 - t$$

$$10. x = \sin^5 t, \quad y = 2 \cos 7t$$

Задание 4. Найти производную y' неявно заданной функции $F(x; y) = 0$.

Варианты:

$$1. 3x^2 y^6 + 3 \sin y + \ln 5y - 1 = 0$$

$$2. 3x^{10} \cdot y^8 + 2 \sin 7x - 5^y = 0$$

$$3. 2^x \cdot \cos 4y + 3xy - 2x + 6 \ln y + 7 = 0$$

$$4. \frac{9}{x} - \sqrt{x} - \sqrt[7]{y} + \cos x \cdot \sin y - 3 = 0$$

$$5. y^2 \cdot \operatorname{ctg} 5x - \sqrt{x} \cdot \frac{1}{y} + 3x - 2y = x^2$$

$$6. y^3 \cdot \sin(2x + 5) + 2y^3 \cdot x + \frac{1}{x} = y$$

$$7. 4^y \cdot \sin 8x + 3x^2 \cdot \ln 5y - 6^x = 10$$

$$8. \sqrt{y} + \frac{1}{x} - 2x^6 \cdot y + (4 + y)^7 = 1$$

$$9. (2x + 1)^3 + \ln y + xy = 0$$

$$10. 3 \cdot \operatorname{tg} 5y - 7^{2x} + 4x^4 \cdot y^5 - 9x = y$$

Задание 5. Найти пределы из задания 1 (пункты б), в) и д)) по правилу Лопиталья.

Задание 6. Найти промежутки возрастания и убывания, экстремумы функции $y = f(x)$, промежутки выпуклости и вогнутости, точки перегиба графика данной функции.

Варианты:

$$1. y = \frac{x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 18x + 2$$

$$2. y = \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 12x + e$$

$$3. y = \frac{x^3}{3} + 5x^2 + 21x - 4$$

$$4. y = \frac{4x^3}{3} + 2x^2 - 3x - 9$$

$$5. y = \frac{5x^3}{3} + \frac{11x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}$$

$$6. y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 7\pi$$

$$7. y = x^3 - x^2 - 5x + \sqrt{8}$$

$$8. y = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 3x - 10$$

$$9. y = \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - x + 3,5$$

$$10. y = x^3 - 4x^2 + 5x - \frac{1}{7}$$

Задание 7. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = f(x; y)$.

Варианты:

$$1. z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y - 6$$

$$2. z = 3 + x^2 + 2y^2 + 4x$$

$$3. z = 2x^3 + 3y^2 - 6xy + 17$$

$$4. z = x^2 + y^2 - 10x + 6y + 2$$

$$5. z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 14$$

$$6. z = 2 + 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 28y$$

$$7. z = 7 - x^2 - y^2 + 4x - 4y$$

$$8. z = xy + 2x^2 + y^2 + 7x + 3$$

$$9. z = 1 + x^2 + xy + y^2 - 6x - 3y$$

$$10. z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 17$$

Задание 8. Найти значение выражения $A \cdot B + 2E - D$, где A, B, D – данные матрицы, E – единичная матрица соответствующей размерности.

Варианты:

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -5 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 8 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, B = (7 \quad 2 \quad -3 \quad 5), D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -6 \\ 8 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -8 & 10 & 9 \\ 3 & -7 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 0 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 \\ -3 & 4 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 3 \\ -9 & 1 & 7 \\ 4 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \\ 9 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 & 0 \\ -6 & 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 & 1 \\ 6 & 9 & -8 & 7 \\ 3 & -5 & -1 & 2 \\ 8 & 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 9 \\ -3 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 6 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ -1 & 8 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & -7 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, B = (4 \ 5 \ -3), D = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 \\ 5 & -9 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ -5 & -1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = (5 \ -1 \ 2 \ 4), D = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 5 \\ -2 & 4 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Задание 9. Вычислить определитель:

1) по правилу треугольников;

2) разложив по общему правилу (по строке \ столбцу).

Варианты:

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}, \text{ по 3-му столбцу}$$

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 6 & 4 \\ 8 & 3 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 1-й строке}$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 7 & -7 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 3 & -3 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 2-му столбцу}$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 7 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 2-й строке}$$

$$5. \Delta = \begin{vmatrix} -1 & -3 & -5 \\ -2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ по 1-му столбцу}$$

$$6. \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 8 \\ 7 & -5 & 1 \\ 4 & 8 & 3 \end{vmatrix}, \text{ по 3-й строке}$$

$$7. \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \\ 1 & 5 & 9 \end{vmatrix}, \text{ по 3-му столбцу}$$

$$8. \Delta = \begin{vmatrix} 8 & 9 & 0 \\ -4 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \end{vmatrix}, \text{ по 1-й строке}$$

$$9. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -8 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}, \text{ по 2-му столбцу}$$

$$10. \Delta = \begin{vmatrix} -7 & -3 & 1 \\ 8 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 7 \end{vmatrix}, \text{ по 2-й строке}$$